Додаци

ии

Садржај

1 Додатак трећој лекцији **1**

1.1 Неки основни појмови из теорије система и аутоматског управљања . . . 2

1.1.1 Основне спреге система . . . 2

1.1.2 Структурни дијаграм . . . 4

1.1.3 Објект . . . 4

1.1.4 Поремећаји . . . 4

1.1.5 Управљање . . . 5

1.1.6 Радни и управљачки део објекта . . . 5

1.1.7 Управљачки систем (УС) . . . 5

1.1.8 Систем управљања . . . 6

1.1.9 Ручно, полуаутоматско и аутоматско управљање . . 6

1.2 Типичне промене улазне величине . . . 6

1.2.1 $h(t)-$ Јединична одскочна функција (Хефисајдова) 6

1.2.2 $\delta(t)-$ јединична импулсна функција (Диракова) . . 7

1.2.3 Показатељи квалитета прелазне функције управљаног објекта . . . 8

1.3 Концепти аутоматског управљања . . . 9

1.3.1 Отворени системи аутоматског управљања . . . 9

1.3.2 Затворени системи аутоматског управљања-системи аутоматског регулисања . . . 10

1.3.3 Комбиновани системи аутоматског управљања . . . 10

1.3.4 Функције и структура УС . . . 10

1.4 Лапласова трансформација . . . 12

1.4.1 Особине Лапласове трансформације . . . 13

Поглавље 1

Додатак трећој лекцији

1.1 Неки основни појмови из теорије система и аутоматског управљања

Дефиниција 1.1 **Организовани физички систем** *краће* **систем** *је скуп делова тз. подсистема који су међусобно повезани у функционалну целину с циљем да се оствари одређени задатак, кретање (рад, процес) а на основу размене материје и/или енергије и/или информација између подсистема у оквиру система и између система и околине.*

Дефиниција 1.2 *Величина која битно утиче на рад система а настала је ван њега је његова* **улазна величина** X_u. *M улазних величина* X_{u1}, X_{u2}, $\cdots$, X_{uM} *се организују у вектор улаза кратко улаз* $\mathbf{X}_u$ *у својству његових компоненти:*

$$\mathbf{X}_u = \left[\begin{array}{cccc} X_{u1} & X_{u2} & \cdots & X_{uM} \end{array}\right]^T, \mathbf{X}_u \in \Re^M.$$

Дефиниција 1.3 *Величина чија вредност и чије промене вредности представљају резултат рада система, а за чије вредности и промене смо заинтересовани је његова* **излазна величина** X_i. *N излазних величина* X_{i1}, X_{i2}, $\cdots$, X_{iN} *се организује у вектор излаза кратко излаз* $\mathbf{X}_i$ *у својству његових компоненти:*

$$\mathbf{X}_i = \left[\begin{array}{cccc} X_{i1} & X_{i2} & \cdots & X_{iM} \end{array}\right]^T, \mathbf{X}_i \in \Re^N.$$

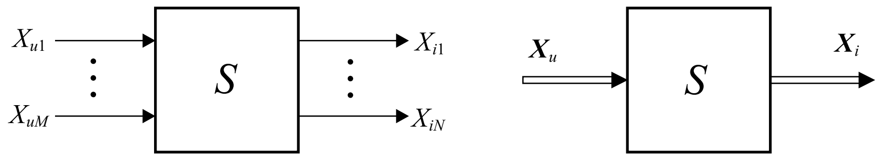
Дефиниција 1.4 **Модел система** *је идеализовани, замишљени систем, који има само битне особине стварног система са становишта анализе система.*

Дефиниција 1.5 **Математички модел система** *је формални математички опис модела физичког система који успоставља једнозначну везу између излазних и улазних величина за произвољне промене улазних величина и произвољне почетне услове а исказан је помоћу математичких симбола, операција и релација.*

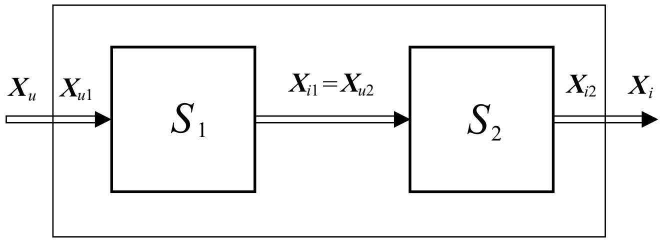
Дефиниција 1.6 **Дијаграм система** *је симболички, графички приказ система* S *у облику правоугаоника, на којем су све улазне величине приказане једноструким стрелицама усмереним ка систему, а све излазне величине су приказане једноструким стрелицама усмереним од система ка околини, односно, на коме је улаз система представљен двоструком стрелицом ка систему, а излаз система двоструком стрелицом од система ка околини. И један и други начин су приказани на слици 1.1.*

1.1.1 Основне спреге система

Дефиниција 1.7 *Системи* S_1 *и* S_2 *су* **редно спрегнути** *у систем* S *акко је улаз* $\mathbf{X}_u$ *целог система* S *уједно и улаз* $\mathbf{X}_{u1}$ *система* S_1 *чији је излаз* $\mathbf{X}_{i1}$ *истовремено улаз* $\mathbf{X}_{u2}$ *система* S_2 *а његов излаз* $\mathbf{X}_{i2}$ *уједно излаз* $\mathbf{X}_i$ *целог система* S *при чему систем* S_2 *не делује на систем* S_1. *Систем* S *је редна спрега система* S_1 *и* S_2 *који се називају подсистеми система* S. *На слици 1.2 приказана је редна спрега:*

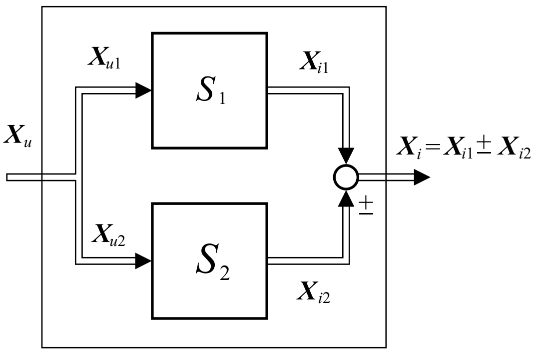


Слика 1.1: Графички, симболички дијаграмски приказ система S



Слика 1.2: Редна спрега система S_1 и S_2

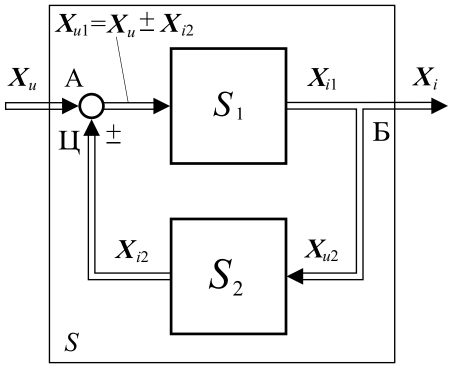
Дефиниција 1.8 *Системи S_1 и S_2 су* **паралелно спрегнути** *у систем S акко је улаз $\mathbf{X}_u$ целог система S уједно и улаз $\mathbf{X}_{u1}$ система S_1 и улаз $\mathbf{X}_{u2}$ система S_2, а излаз $\mathbf{X}_i$ целог система S је алгебарски збир излаза $\mathbf{X}_{i1}$ система S_1 и излаза $\mathbf{X}_{i2}$ система S_2 при чему системи S_1 и S_2 не делују један на други. Систем S је паралелна спрега система S_1 и S_2 који се називају подсистеми система S. На слици 1.3 приказана је паралелна спрега.*



Слика 1.3: Паралелна спрега система S_1 и S_2

Дефиниција 1.9 *Системи S_1 и S_2 су* **повратно спрегнути** *у систем S акко је улаз $\mathbf{X}_{u1}$ система S_1алгебарски збир улаза $\mathbf{X}_u$ целог система S и излаза $\mathbf{X}_{i2}$ система S_2, а излаз $\mathbf{X}_{i1}$ система S_1 је истовремено излаз $\mathbf{X}_i$ целог система S и улаз $\mathbf{X}_{u2}$ система S_2. Систем S је систем са повратном спрегом а системи S_1 и S_2 су његови подсистеми. На слици 1.4 приказана је повратна спрега:*

- *Део система S од места дејства улаза $\mathbf{X}_u$ у систем S (тачка А) до*



Слика 1.4: Повратна спрега система S_1 и S_2

места појављивања излаза система S (тачка Б) је **главна** *или* **директна грана** *или* **спрега** *система S.*

- *Део система S од места појављивања његовог излаза $\mathbf{X}_i$ (тачка Б) до места дејства излаза $\mathbf{X}_{i2}$ подсистема S_2 на сабирач (тачка Ц) је* **повратна спрега** *или* **грана** *система S.*

- *Повратна спрега је* **позитивна** *акко се у сабирачу не мења знак $(+)$, а* **негативна** *акко се у сабирачу мења знак $(-)$ излаза $\mathbf{X}_{i2}$ подсистема S_2.*

1.1.2 Структурни дијаграм

Дефиниција 1.10 *Структурни дијаграм система приказује све његове подсистеме са свим њиховим међусобним спрегама.*

1.1.3 Објект

Дефиниција 1.11 Објект (О) *је систем од кога се захтева да у прописаним (тз.* **номиналним***) радним условима оствари прописано (тз.* **жељено, задано***) динамичко понашање, а у произвољним радним условима динамичко понашање које може да одступи од његовог жељеног динамичког понашања највише у дозвољеним границама.*

- **Жељено динамичко понашање** *је дефинисано жељеном вредношћу излаза у тренутку t, $\mathbf{X}_{i\check{z}}(t)$.*

- *Објект сам од себе не може да оствари жељено динамичко понашање ($\mathbf{X}_{i\check{z}}(t)$) већ једино под утицајем неког дејства на њега.*

1.1.4 Поремећаји

Дефиниција 1.12 *Улазна величина објекта која настаје и мења се независно од његовог жељеног динамичког понашања је његова* **поремећајна**

величина, *у ознаци Z, а ако их је више, нпр. P, Z_1, Z_2, $\cdots$, Z_P, могу се усвојити за елементе $P-$ димензионалног* **вектора поремећаја** *краће* **поремећаја Z** :

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 & \cdots & Z_P \end{bmatrix}^T \in \Re^P.$$

1.1.5 Управљање

Дефиниција 1.13 *Улазна величина објекта која се ствара на основу његовог жељеног динамичког понашања ($\mathbf{X}_{i\check{z}}$), да би својим дејством на тај објект обезбедила његово жељено динамичко понашање у номиналном радном режиму, односно његово задовољавајуће динамичко понашање у произвољним радним условима, је његова* **управљачка величина**, *у ознаци U, а ако их више (нпр. R), U_1, U_2, $\cdots$, U_R, могу се усвојити за $R-$ димензиони* **вектор управљања**, *краће,* **управљање U**,

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 & \cdots & U_R \end{bmatrix}^T \in \Re^R.$$

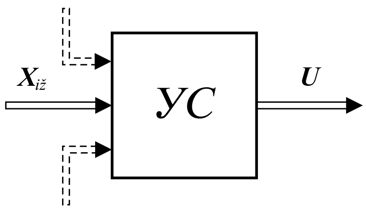
Дефиниција 1.14 *Објект на који делује управљање (чије се динамичко понашање управља) је* **управљани објект**, *а његов излаз је* **управљани излаз.**

1.1.6 Радни и управљачки део објекта

Дефиниција 1.15 *Део објекта у коме се остварује његово динамичко понашање за које је тај објект намењен, је његов* **радни** *или* **процесни део,** *а његов део који прима дејство управљања и преноси га на радни део је његов* **управљачки део** *или* **орган.**

1.1.7 Управљачки систем (УС)

Дефиниција 1.16 *Систем чија је излазна величина управљање за дати објект је* **управљачки систем** *за дати објект. Дијаграм управљачког система је приказан на слици 1.5:*

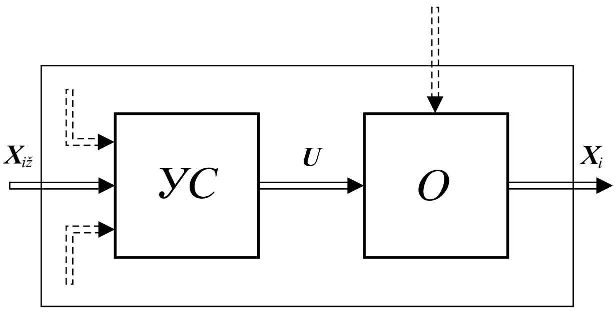


Слика 1.5: Дијаграм управљачког система

- *Улазне величине УС носе информације неопходне за формирање правилног управљања.*

1.1.8 Систем управљања

Дефиниција 1.17 *Систем који се састоји из објекта и управљачког система за тај објект спрегнутих преко управљања је* **систем управљања** *тог објекта. На слици 1.6 приказан је систем управљања:*



Слика 1.6: Структурни дијаграм система управљања

- *Овај дијаграм није довршен јер се оставља могућност да се доводе и друге информације у УС сем информације о* $\mathbf{X}_{i\check{z}}$.

1.1.9 Ручно, полуаутоматско и аутоматско управљање

Дефиниција 1.18 *Управљање је* **ручно** *акко је УС човек. ТТада је систем управљања* **систем ручног управљања.**

Управљање је **полуаутоматско** *акко је УС састављен од човека и уређаја. ТТада је систем управљања* **систем полуаутоматског управљања.**

Управљање је **аутоматско** *акко је УС уређај. ТТада је систем управљања* **систем аутоматског управљања.**

1.2 Типичне промене улазне величине

1.2.1 $h(t)$ – Јединична одскочна функција (Хевисајдова)

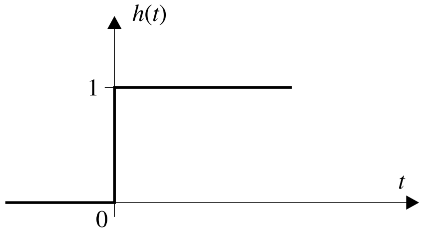
Дефиниција јединичне одскочне функције је:

$$h(t) = \begin{cases} 0, t < 0 \\ [0,1], t = 0 \\ 1, t > 0 \end{cases}$$

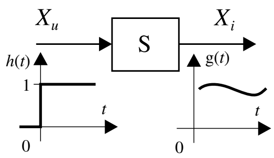
На слици 1.7 је приказан график јединичне одскочне функције а на слици 1.8 је приказан систем S побуђен јединичном одскочном функцијом на улазу и са јединичним одскочним одзивом на излазу.

Ако је:

$$X_u(t) = h(t) \Longrightarrow X_i(t) = g(t)$$



Слика 1.7: Јединична одскочна функција



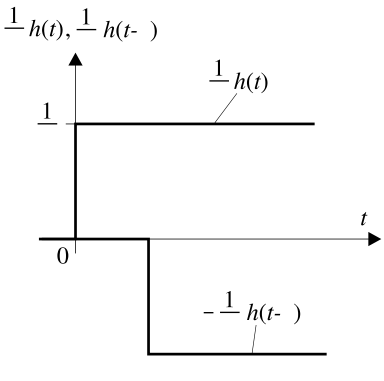
Слика 1.8: Систем S побуђен јединичном одскочном функцијом на улазу и са јединичним одскочним одзивом на излазу

при чему је:

$g(t) -$ јединични одскочни одзив или **прелазна функција система.**

1.2.2 $\delta(t) -$ јединична импулсна функција (Диракова)

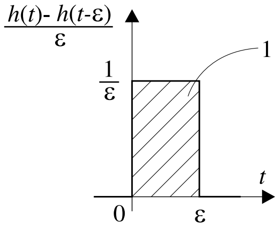
Посматрају се две функције чији су графици приказани на слици 1.9:



Слика 1.9: График две одскочне функције $\frac{1}{\varepsilon}h(t)$ и $-\frac{1}{\varepsilon}h(t-\varepsilon)$

и њихов алгебарски збир који је приказан на слици 1.10.
Јединична импулсна функција по дефиницији је:

$$\delta(t) = \lim_{\varepsilon \longrightarrow 0^+} \frac{h(t) - h(t-\varepsilon)}{\varepsilon}.$$



Слика 1.10: Алгебарски збир функција $\frac{1}{\varepsilon}h\left(t\right)$ и $-\frac{1}{\varepsilon}h\left(t-\varepsilon\right)$

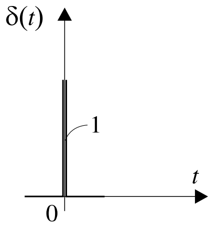
Две особине јединичне импулсне функције су:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\delta\left(t\right)dt=\int\limits_{0^-}^{0^+}\delta\left(t\right)dt=1$$

и

$$\delta\left(0\right)=+\infty.$$

График јединичне импулсне функције је приказан на слици 1.11:



Слика 1.11: График јединичне импулсне функције

Ако је

$$X_u\left(t\right)=\delta\left(t\right)\Longrightarrow X_i\left(t\right)=i\left(t\right)$$

где је:

$i\left(t\right)-$ **јединични импулсни одзив.**

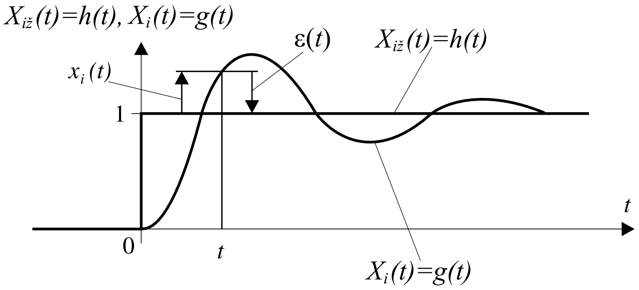
1.2.3 Показатељи квалитета прелазне функције управљаног објекта

На слици 1.12 приказана је прелазна функција управљаног објекта.

Показатељи квалитета прелазне функције управљаног објекта су:

- одступање излазне величине:

$$x_i\left(t\right)=X_i\left(t\right)-X_{i\check{z}}\left(t\right),$$



Слика 1.12: Прелазна функција управљаног објекта са основним показатељима квалитета

- грешка излазне величине:

$$\varepsilon\left(t\right)=X_{i\check{z}}\left(t\right)-X_{i}\left(t\right)\Longrightarrow$$

$$\varepsilon\left(t\right)=-x_{i}\left(t\right).$$

- статичка грешка:

$$\varepsilon_{s}=\lim_{t\longrightarrow\infty}\varepsilon\left(t\right)\ \text{ако ова гранична вредност постоји.}$$

На слици 1.12 велика слова означавају **тоталне вредности** величина које се мере од тоталне нуле, а мала слова означавају њихова **одступања**.

1.3 Концепти аутоматског управљања

1.3.1 Отворени системи аутоматског управљања

Отворени системи аутоматског управљања без директне компензације поремећаја

Основна карактеристика ових система је:

$$\mathbf{U}=\mathbf{U}\left(\mathbf{X}_{i\check{z}}\right).$$

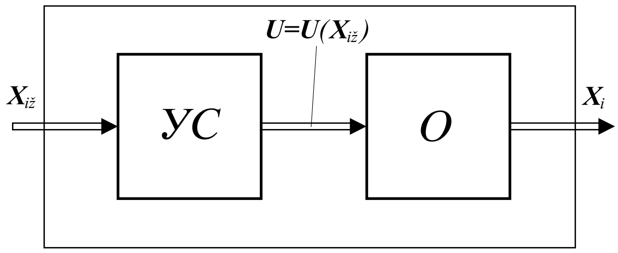
На слици 1.13 приказан је структурни дијаграм овог система:

Отворени системи аутоматског управљања са директном компензацијом поремећаја

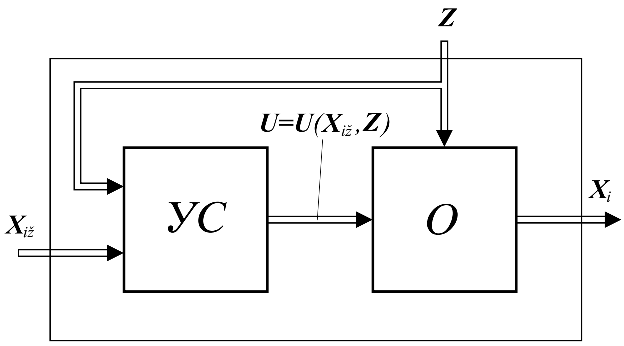
Основна карактеристика ових система је:

$$\mathbf{U}=\mathbf{U}\left(\mathbf{X}_{i\check{z}},\mathbf{Z}\right).$$

На слици 1.14 приказан је структурни дијаграм овог система.



Слика 1.13: Структурни дијаграм отвореног система аутоматског управљања без директне компензације поремећаја



Слика 1.14: Структурни дијаграм отвореног система аутоматског управљања са директном компензацијом поремећаја

1.3.2 Затворени системи аутоматског управљања-системи аутоматског регулисања

Основна карактеристика затворених система аутоматског управљања је:

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}\left(\mathbf{X}_{i\check{z}} - \mathbf{X}_i\right) = \mathbf{U}\left(\boldsymbol{\varepsilon}\right).$$

На слици 1.15 приказан је структурни дијаграм овог система:

1.3.3 Комбиновани системи аутоматског управљања

Основна карактеристика комбинованих система аутоматског управљања је:

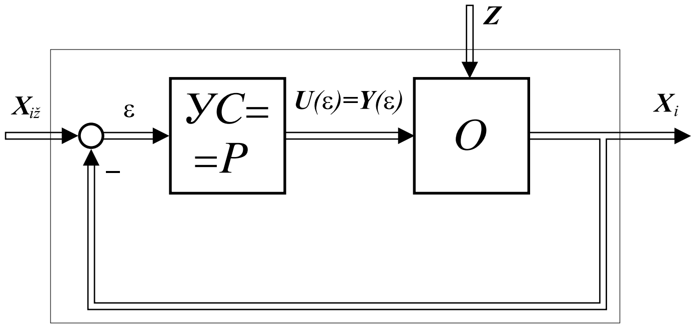
$$\mathbf{U} = \mathbf{U}\left(\mathbf{X}_{i\check{z}}, \boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{Z}\right).$$

На слици 1.16 приказан је структурни дијаграм овог система.

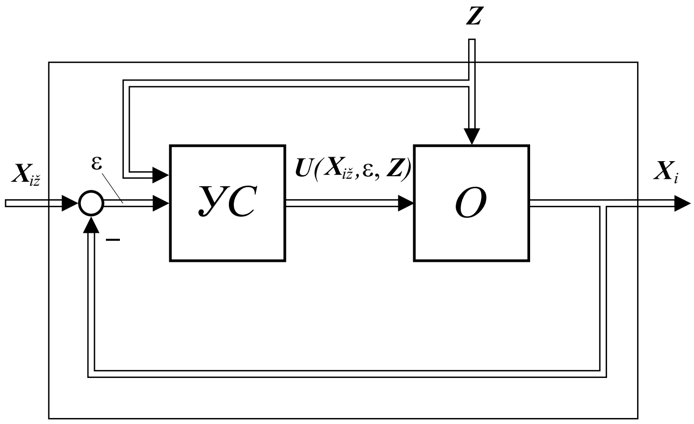
1.3.4 Функције и структура УС

На слици 1.17 приказан је структурни дијаграм управљачког система.

Дефиниција 1.19 *Део управљачког система који у целости извршава једну његову функцију назива се* **орган** *управљачког система.*



Слика 1.15: Структурни дијаграм затвореног система аутоматског управљања



Слика 1.16: Структурни дијаграм комбинованог система аутоматског управаљања

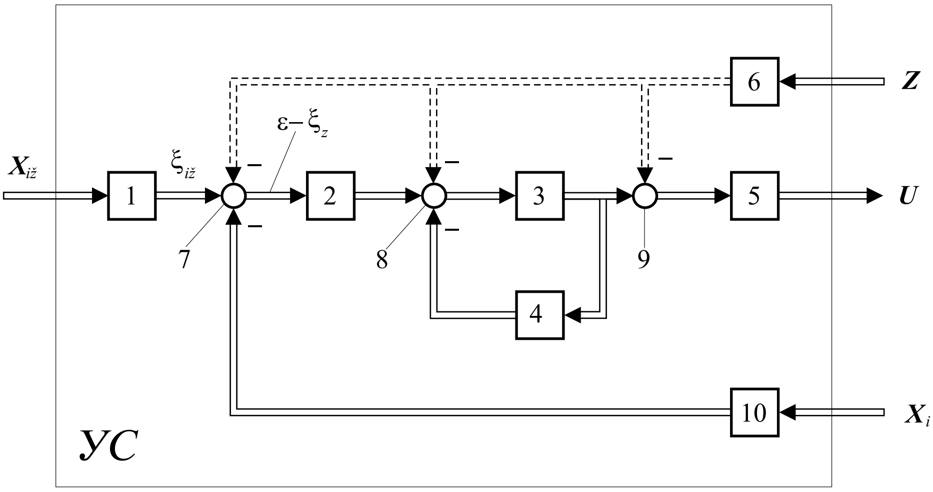
Органи управљачког система су:

1 **Задавач** чија је улога да помоћу њега УС прима информацију о жељеном динамичком понашању објекта ($\mathbf{X}_{i\check{z}}$), памти ту информацију и даје стално сигнал $\xi_{i\check{z}}$ о њој.

2, 3, 4 **Корекциони органи**: **редни (2), главне гране локалне повратне спреге (3), повратне гране локалне повратне спреге (4)** чија је улога да остваре закон (алгоритам) управљања.

5 **Извршни орган** чија је улога да у сваком тренутку обезбеди управљање довољног интезитета.

6 **Мерни орган поремећаја** чија је улога да мери неке поремећаје и сигнал о њима ξ_z са промењеним знаком доводи у неки од сабирача $7, 8$ или 9.



Слика 1.17: Структурни дијаграм управљачког система

10 **Мерни орган стварног излаза** чија је улога да измери стварну вредност управљаног излаза и сигнал о њему ξ_i са промењеним знаком доводи у сабирач 7.

7 **Упоређивач** чија је улога да утврди грешку управљаног излаза и даје сигнал о њој.

1.4 Лапласова трансформација

Посматра се скаларна функција $x : \Re \longrightarrow \Re$.

Дефиниција 1.20 *Ако постоје граничне вредности*

$$\lim_{\substack{\alpha \longrightarrow 0^{\mp} \\ \beta \longrightarrow +\infty}} \int_{\alpha}^{\beta} x(t)\, e^{-st} dt$$

онда су оне:

лева (−) Лапласова трансформација *функције* $x(t)$ *у ознаци*

$$\mathcal{L}^{-}\{x(t)\} = X^{\cdot -}(s)$$

десна (+) Лапласова трансформација *функције* $x(t)$ *у ознаци*

$$\mathcal{L}^{+}\{x(t)\} = X^{+}(s).$$

Акко су $X^{-}(s) \wedge X^{+}(s)$ *функције* $x(t)$ *једнаке, онда она има* **Лапласову трансформацију** *у ознаци:*

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = X(s) = \int_{0}^{\infty} x(t)\, e^{-st} dt$$

$x(t)$	$X^-(s)$	$X^+(s)$	$X(s)$
$\delta(t)$	1	0	$-$
$h(t)$	$1/s$	$1/s$	$1/s$

Табела 1.1: Лапласове трансформације јединичних, одскочне и импулсне функције

где је $s = \sigma + j\omega$ комплексан број, $\sigma \in \Re$, $\omega \in \Re$, $j = \sqrt{-1}$. У табели 1.1 дат је пример две функције од којих једна има Лапласову трансформацију а друга нема.

За функцију $x(t)$ каже се да је експоненцијалног реда ако испуњава следећи услов:

- постоји реалан број α такав да је функција $|x(t)|\,e^{-\alpha t}$ ограничена на интервалу $(0, +\infty)$.

Најмањи број α за који је испуњен претходни услов назива се **апсциса апсолутне конвергенције** функције $x(t)$ и озачава се са γ.

Ако је познато $X(s) = \mathcal{L}\{x(t)\}$ онда важи:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j}\int\limits_{c-j\omega}^{c+j\omega} X(s)\,e^{st}ds = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\}$$

за $c \in (\gamma, +\infty)$, $j = \sqrt{-1}$, под условом да је функција $x(t)$ непрекидна у тачки t. $\mathcal{L}^{-1}\{X(s)\}$ је **инверзна Лапласова трансформација.**

1.4.1 Особине Лапласове трансформације

Став 1.21 *Лапласова трансформација је линеаран оператор:*

$$\mathcal{L}^{\mp}\{\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)\} = \alpha_1\mathcal{L}^{\mp}\{x_1(t)\} + \alpha_2\mathcal{L}^{\mp}\{x_2(t)\}.$$

Став 1.22 *Ако је функција $x(t)$ $k-$ пута диференцијабилна онда је лева и десна Лапласова трансформација $k-$ ог извода те функције:*

$$\mathcal{L}^{\mp}\left\{x^{(k)}(t)\right\} = s^k\mathcal{L}^{\mp}\{x(t)\} - \sum_{i=1}^{k} s^{i-1}x^{(k-i)}\left(0^{\mp}\right).$$

Последица 1.23 *Ако је функција $x(t)$ $k-$ пута диференцијабилна и сви њени почетни услови су једнаки нули онда је:*

$$\mathcal{L}^{\mp}\left\{x^{(k)}(t)\right\} = s^k\mathcal{L}^{\mp}\{x(t)\}.$$

Став 1.24 *Ако је функција $x(t)$ интеграбилна и $\int\limits_{0^-}^{0^+} x(t)\,dt = 0$ онда је:*

$$\mathcal{L}\left\{\int\limits_0^t x(\tau)\,d\tau\right\} = \frac{1}{s}\mathcal{L}\{x(t)\}.$$

Став 1.25 *Лапласова трансформација функције* $x(t)$ *са кашњењем* T_k, *тј. функције* $x(t-T_k)$ *је:*

$$\mathcal{L}\left\{x\left(t-T_k\right)\right\} = e^{-sT_k}\mathcal{L}\left\{x\left(t\right)\right\}.$$

Литература

[1]