

Поглавље 2

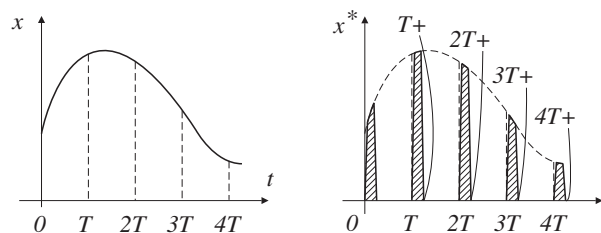
Одабирачи, квантовање и кодирање

2.1 Стварни и идеални одабирач

Процес аналогно дигиталног претварања се састоји из дискретизације сигнала по времену, дискретизације сигнала по нивоу и дигиталног кодирања тако добијеног сигнала. Познато је да се дискретизација сигнала по времену остварује помоћу одабирача, који се као аутоматски прекидач, у случају да је периодични, затвара са периодом T и када је затворен, идеално посматано, само у једном тренутку пропушта сигнал са свог улаза на излаз. Трајање овако добијеног сигнала на излазу одабирача је идеално посматрано бесконачно кратко, а у пракси врло кратко. Сигнал тако кратког трајања би био бескористан, пошто је потребно да се даље обрађује, да се дискретизује по нивоу и да се дигитално кодира, а и због његовог коришћења, тј. оперисања са њим. Због тога је неопходно такав сигнал меморисати, тј. продужити на читав интервал, једнак периоди затварања одабирача T , до добијања нове вредности сигнала првим следећим затварањем одабирача. Ово продужавање сигнала добијеног помоћу одабирача остварује се помоћу *продуживача трајања сигнала нултог реда*. Овај продуживач трајања сигнала, кратко продуживач, прима излазни сигнал одабирача у тренутку његовог затварања и преноси га на свој излаз у том тренутку и на читавом интервалу до наредног затварања одабирача. Одабирач и продуживач се обично конструктивно изводе као једна електронска компонента и означава са O/P .

Да одабирач, као аутоматски прекидач, пропушта аналогни сигнал са свог улаза на излаз само у једном тренутку када је одабирач затворен, је идеално посматрање. У стварности одабирач пропушта сигнал са свог улаза на излаз на читавом интервалу тзв. *интервалу одабирања*, као што илуструје слика 2.1.

Дефиниција 2.1 Величина ψ таква да $0 < \psi < T$ је интервал одабирања стварног одабирача \iff се кроз одабирач преноси сигнал на временском интервалу $]iT, iT + \psi[$, $\forall i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$.



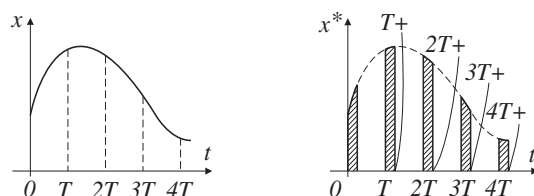
Слика 2.1: Процес стварног одабирања

На слици 2.1 лево, приказан је улазни сигнал одабирача са назначеним тренуцима почетка одабирања кроз које су повучене испрекидане линије до контуре сигнала, а на слици десно је пуном линијом приказан

стварни излазни сигнал одабирача. Види се да стварни излазни сигнал одабирача не може тренутно да достигне вредност улазног сигнала, при затварању одабирача, нити може тренутно да падне на нулу, при отварању одабирача. При затварању одабирача излазни сигнал има успон док не достигне вредност коју има сигнал на улазу одабирача, потом излазни сигнал прати улазни сигнал, да би при отварању одабирача излазни сигнал имао пад до нуле. Овакав процес се одвија периодично.

2.1.1 Прва апроксимација рада стварног одабирача

Математички третман стварних збивања при одабирању би био врло компликован па се због тога прибегава упрошћавању односно идеализовању. На слици 2.2 је приказано делимично идеализовање процеса стварног одабирања.



Слика 2.2: Процес делимично идеализованог одабирања

Ово делимично идеализовање подразумева занемаривање успона излазног сигнала одабирача, на почетку процеса одабирања и пада излазног сигнала одабирача, на крају процеса одабирања у оквиру једног интервала одабирања.

Према горњим сликама периода одабирања је константна, $T = const$. Одабирач са константним периодом одабирања је **периодичан одабирач** за разлику од **апериодичног одабирача** са променљивом периодом одабирања, $T_i = t_i - t_{i-1}$, $\forall i = 1, 2, \dots$, $T_i \neq const$.

Претпоставка 2.2 У оквиру овог курса користиће се само периодични одабирачи.

Дефиниција 2.3 Појачање π одабирача је однос између вредности његовог излаза и улаза у току интервала одабирања

$$\pi[x(t)] = \frac{x^*(t)}{x(t)}, \quad t \in]iT, iT + \psi[, \quad \forall i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Дефиниција 2.4 Одабирач је линеаран \iff је његово појачање константно

$$\pi[x(t)] \equiv \pi, \quad t \in]iT, iT + \psi[, \quad \forall i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots,$$

а нелинеаран \iff његово појачање зависи од тренутне вредности улазног сигнала $x(t)$ у току интервала одабирања

$$\pi = f[x(t)].$$

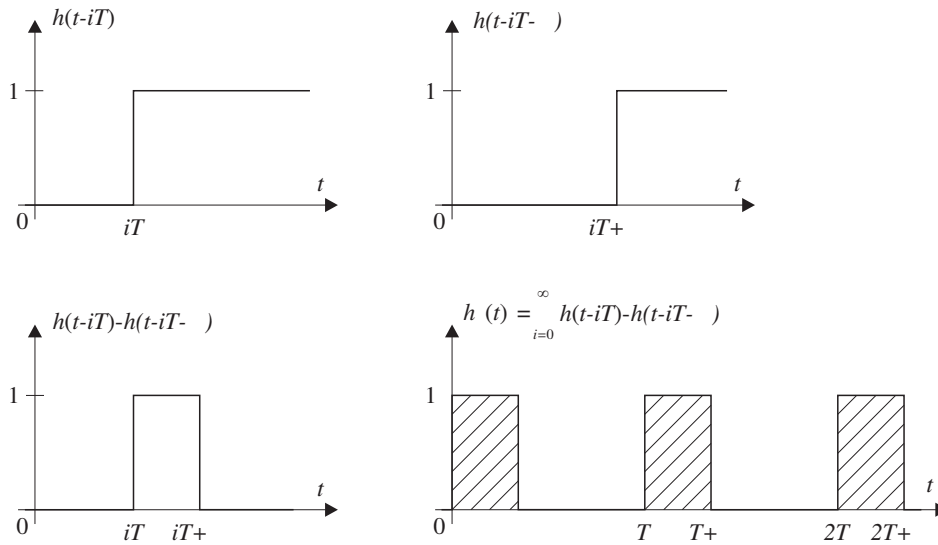
Претпоставка 2.5 У овом курсу користће се само линеарни одабирачи са појачањем једнаким 1, $\pi = 1$, што има за последицу да је:

$$x^*(t) = \begin{cases} x(t), & t \in]iT, iT + \psi[, \\ 0, & t \notin]iT, iT + \psi[, \end{cases} \quad \forall i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots,$$

Претпоставка 2.6 У овом курсу користе се сигнали $x(t)$ са особиним:

$$x(t) = 0, \quad \forall t \in]-\infty, 0[.$$

Затворен облик временски дискретизованог сигнала $x^*(t)$ се изражава уз помоћ функције $h^*(t)$ коју објашњава слика 2.3.

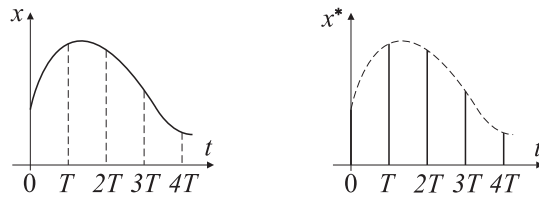


Слика 2.3: Објашњење функције $h^*(t)$

$$\begin{aligned} x^*(t) &= \sum_{i=0}^{\infty} x(t) [h(t-iT) - h(t-iT-\psi)] = \\ &= x(t) \sum_{i=0}^{\infty} [h(t-iT) - h(t-iT-\psi)] = \\ &= x(t) h^*(t) \end{aligned}$$

2.1.2 Друга апроксимација рада стварног одабирача

И поред приказаног делимичног идеализовања процеса одабирања, математички третман и даље је врло компликован, тако да се прибегава даљем упрошћавању и идеализовању процеса одабирања, што је приказано на слици 2.4.



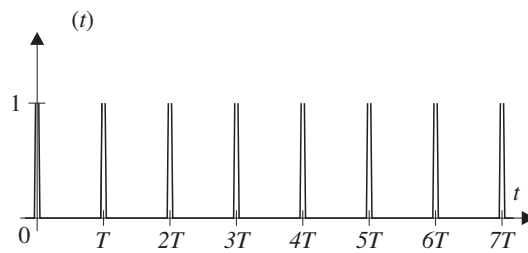
Слика 2.4: Процес идеализованог одабирања

Приказани идеализовани процес одабирања подразумева да је интервал одабирања бесконачно кратак. Оправдање за то је, у стварности, врло кратак интервал одабирања у односу на периоду одабирања.

У граничном случају функција $h^*(t)$ постаје периодична импулсна функција $\delta^*(t)$,

$$\delta^*(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \delta(t - iT),$$

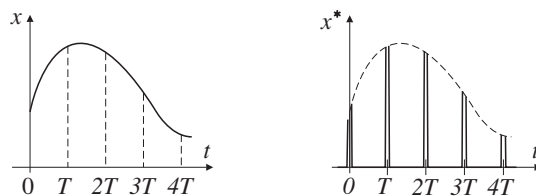
приказана на слици 2.5

Слика 2.5: Периодична импулсна функција $\delta^*(t)$

а израз за $x^*(t)$ постаје:

$$x^*(t) = \delta^*(t) x(t).$$

Графички приказ сигнала $x^*(t)$, слика 2.4, може бити и другачији као што приказује слика 2.6.

Слика 2.6: Другачији идеализовани приказ временски дискретног сигнал $x^*(t)$

У оба случаја, слика 2.4 и слика 2.6, импулси се цртају само до испрекидане криве што симболично означава да је површина импулса једнака вредностима улазног сигнала $x(t)$ у тренуцима одабирања.

Процес идеализованог одабирања подразумева коришћење тзв. *идеалног одабирача*.

Дефиниција 2.7 Одабирач је **идеалан** ако је његов рад описан са $x^*(t) = \delta^*(t)x(t)$.

Симбол идеалног одабирача је приказан на слици 2.7.

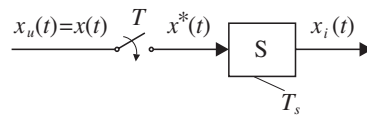
$$x(t) \xrightarrow{T} x^*(t) = \delta^*(t)x(t)$$

Слика 2.7: Симбол идеалног одабирача

Идеални одабирач стварно не постоји, али стварни одабирач се може сматрати идеалним ако су испуњени одређени услови.

Идеални одабирач је добар модел стварног одабирача ако су испуњени следећи услови:

1. интервал одабирања је много мањи од периоде одабирања, $\psi \ll T$,
2. промена улазног сигнала је спора у односу на дужину интервала одабирања, $\Delta x(t) = x(t + \psi) - x(t)$ је довољно мало $\forall t \in \mathcal{T}_0$, $\mathcal{T}_0 = \{t : 0 \leq t \leq \infty\}$,
3. учестаност одабирања одабирача ω_0 , $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, је већа од двоструке учестаности највишег хармоника улазног сигнала. На тај начин се избегава претеран губитак информација при дискретизацији што је неповољно за репродукцију улазног сигнала (Шенонова теорема),
4. периода одабирања T је много мања од доминантне временске константе система у који се уводи излазни сигнал одабирача, $T \ll T_s$, слика 2.8.



Слика 2.8: Редна веза идеалног одабирача и система S доминантне временске константе T_s

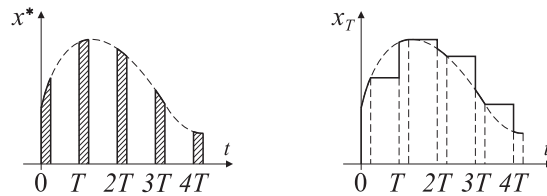
Претпоставља се да су одабирачи, који се користе у дискретним дигиталним системима аутоматског управљања, искључиво идеални. Комплетан математички третман ових система и теорија која се односи, како на њихову анализу тако и на синтезу, подразумевају да је ова претпоставка испуњена.

Излазни сигнал приказаног одабирача може да има произвољне реалне вредности тако да он припада тз. **аналогним одабирачима**.

Одабирач чији излазни сигнал може да има само одређене реалне вредности тј. који врши не само дискретизацију по времену већ и по нивоу је **дигитални одабирач**.

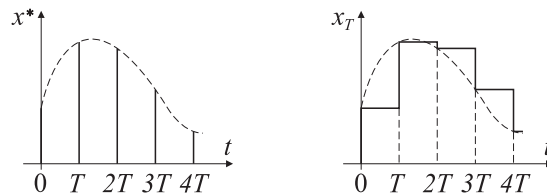
Претпоставка 2.8 У овом курсу користе се само аналогни одабирачи.

Као што је већ раније речено, сигнал који је *одабран* у тренуцима одабирања мора да се продужи на читаву периоду одабирања, да би било могуће његово A/D претварање и коришћење у друге сврхе. На слици 2.9 је приказан процес делимично идеализованог одабирања и продужавања сигнала.



Слика 2.9: Процес делимично идеализованог одабирања и продужавања

Слично, на слици 2.10 је приказан процес идеализованог одабирања и продужавања сигнала.



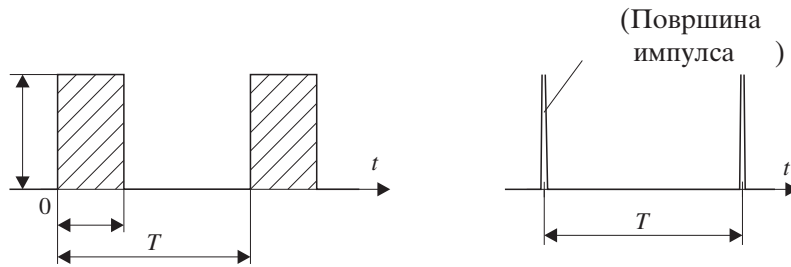
Слика 2.10: Процес идеализованог одабирања и продужавања

2.1.3 Врсте временске дискретизације

Дефиниција 2.9 Поступак промене параметара неубличених пулсева или импулса, слика 2.11, у зависности од вредности улазног сигнала одабирача у тренуцима одабирања је **модулисање** а улазни сигнал одабирача је **модулишућа величина**.

Дефиниција 2.10 Временска дискретизација непрекидног сигнала $x(t)$ је његово претварање у низ модулисаних пулсева или идеално импулса.

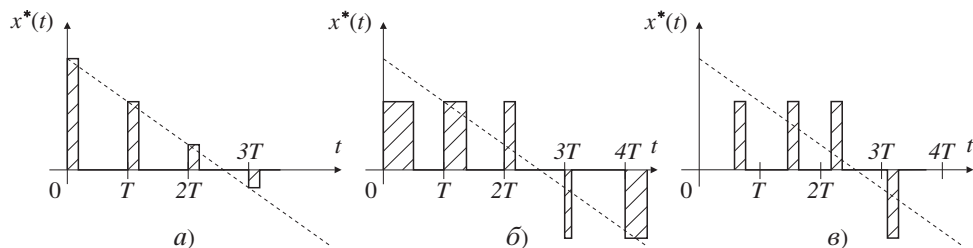
Дефиниција 2.11 Амплитудно импулсно модулисање I врсте означава промену само параметра β неубличених пулсева (импулса), слика 2.12 а



Слика 2.11: Неуобличени пулсеви и импулси

Дефиниција 2.12 **Ширинско импулсно модулисање I врсте** означава промену само параметра ψ неуобличених пулсева (импулса), слика 2.12 б

Дефиниција 2.13 **Временско (фазно или фреквентно) импулсно модулисање I врсте** означава промену само параметра T неуобличених пулсева (импулса), слика 2.12 в



Слика 2.12: Амплитудно, ширинско и временско импулсно модулисање I врсте

Испрекидана линија на сликама 2.12 а, б и в означава модулишући сигнал.

Претпоставка 2.14 У овом курсу користиће се само амплитудно импулсно модулисање I врсте.

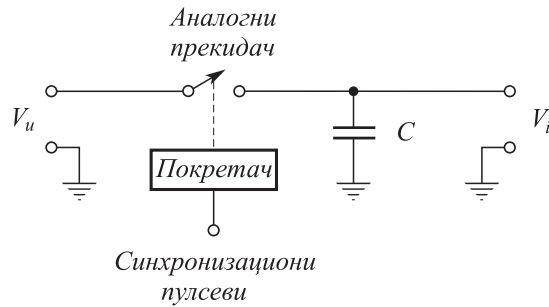
Дефиниција 2.15 **Синхрони одабирачи** су они који имају једнаку периоду одабирања, а ако су још у фази онда су **симфазни**.

Дефиниција 2.16 Одабирачи са различитим периодама одабирања су **асинхрони**.

Дефиниција 2.17 Одабирачи су **вишеструки** ако међу њима постоји један са периодом одабирања T такав да су периоде осталих одабирача целобројни умношци периоде T , $T_i = \mu_i T$, $\mu_i \in \mathcal{N}$. Ако су ови одабирачи још и у фази онда су то **симфазно вишеструки одабирачи**.

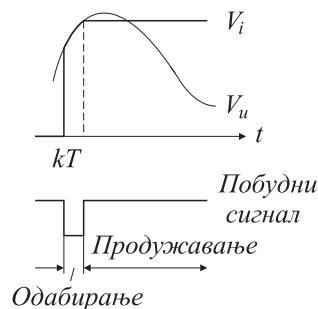
2.1.4 Техничко електронско извођење одабирача и продуживача

На слици 2.13 је приказано упрошћено електронско коло које представља одабирач и продуживач у складу са оним што је већ истакнуто, да се одабирач и продуживач изводе као једна целина и компонента.



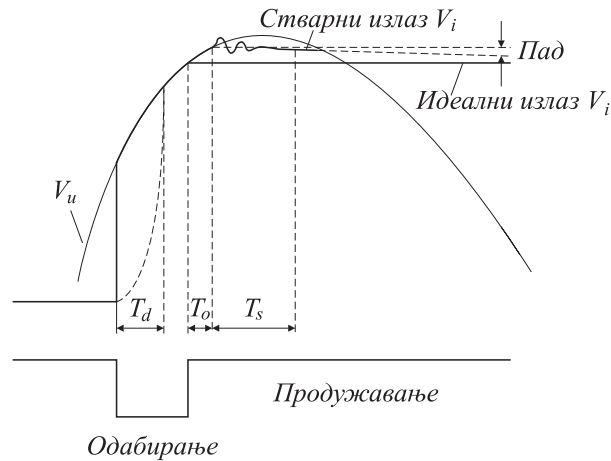
Слика 2.13: Упрошћено електронско коло - одабирач и продуживач

Између улазног напона V_u и излазног апона V_i се налази аналогни прекидач који има улогу одабирача. То није обичан електромеханички прекидач, као што је симболично представљено, већ електронски прекидач тј. униполарни транзистор најчешће MOSFET типа. Покретач је такође транзистор, али биполарни, који је повезан са претходно поменутиим транзистором и чија је улога управљачка. Покретач се побуђује низом периодичних пулсева који могу бити и раније помињани синхронизациони пулсеви. Негативан јединични пулс побудног сигнала побуђује покретач тако да он утиче на аналогни прекидач да се он затвори, успостави струјно коло, пуни кондензатор, а на излазу пресликава улазни напон. Позитиван јединични пулс побудног сигнала утиче да се аналогни прекидач отвори, прекида струјно коло и захваљујући кондензатору на излазу одржава напон, који је у тренутку прекидања струјног кола био на његовом улазу. На слици 2.14 је приказан идеалан процес одабирања и продужавања за случај коначног интервала одабирања.



Слика 2.14: Идеалан процес одабирања и продужавања

У стварности се дешавају разне несавршености и одступања од теоријског идеалног процеса одабирања и продужавања. Стварни процес одабирања и продужавања је приказан на слици 2.15.

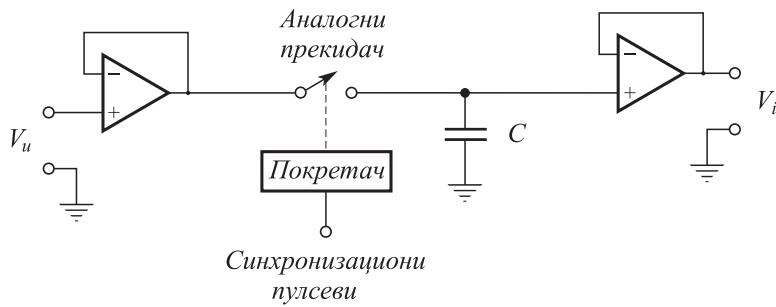


Слика 2.15: Стварни процес одабирања и продужавања

Када наиђе негативни јединични пулс побудног сигнала, који побуђује одабирање, потребно је да протекне време достизања T_d док излазни сигнал одабирача не достигне вредност улазног сигнала, после чега излазни сигнал прати улазни сигнал. Када наиђе позитивни јединични пулс побудног сигнала, који побуђује продужавање, потребно је да протекне време одвајања T_o , док се излазни сигнал не одвоји од улазног сигнала, тј. док не престане да га прати. И најзад после престанка праћења улазног сигнала, потребно је да протекне време смирења T_s , пре него ишчезну осцилације излазног сигнала и дође до релативног стабиловања излазног сигнала на вредност која приближно одговара вредности улазног сигнала по истицању времена T_o . Ипак, временом долази до пада вредности излазног сигнала у односу на "замрзнуту", меморисану вредност улазног сигнала. Овај пад вредности излазног сигнала може значајно да буде смањен увођењем операционог појачавача високе улазне импедансе на излазу одабирача и продуживача. Слично увођењем операционог појачавача, на улазу одабирача и продуживача, улазна струја одабирача и продуживача се одржава релативно константном. На слици 2.16 је приказан одабирач и продуживач измењен у наведеном смислу.

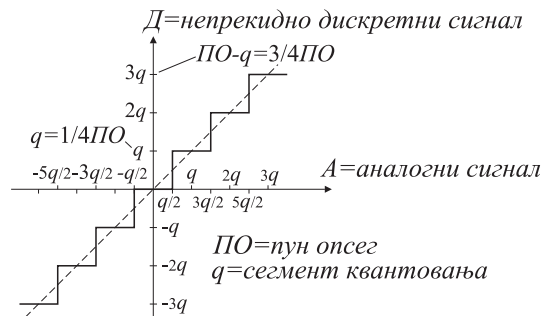
2.2 Квантовање

Сигнал добијен помоћу одабирача и продуживача је још увек аналоган и њега је потребно, као што је већ речено, дискретизовати по нивоу. Дискретизација по нивоу се друкчије назива *квантовање*. На слици 2.17



Слика 2.16: Електронско коло-одабирач и продуживач

је приказана веза између аналогног сигнала A и непрекидно дискретног сигнала D , при A/D претварању, за случај да непрекидно дискретни сигнал може да има само четири различите вредности.

Слика 2.17: Квантовање аналогног сигнала при A/D претварању

Са слике 2.17 се види да дискретизација по нивоу значи заокруживање вредности аналогног сигнала у најближу вредност непрекидно дискретног сигнала. При томе се прави грешка која је максимално $\pm q/2$, пре уласка у зону засићења. Грешка је једнака 0 када је аналогни сигнал једнак целобројном умношку сегмента квантовања, пре уласка у зону засићења. Грешка квантовања зависи од броја нивоа квантовања тј. од тз. *резолюције квантовања*. Највећа вредност квантованог сигнала је $3/4ПО$ а не $ПО$ тако да ће грешка квантовања бити у датим границама све док је $|A| < 3/4ПО + q/2$. Када је $|A| > 3/4ПО + q/2$ улази се у зону засићења јер даље повећање аналогног сигнала не изазива повећање непрекидно дискретног сигнала, пошто су исцрпљени сви расположиви нивои.

2.3 Кôдирање

Једна од могућности дигиталног кôдирања, квантованог сигнала приказаног на слици 2.17, је у директном бинарном кôду, што је приказано у табели 2.1.

Аналогни сигнал	Квантовани сигнал	Дигитални сигнал
$ A < 0,5q$	0	00
$0,5q < A < 1,5q$	$1/4PO = q$	01
$1,5q < A < 2,5q$	$1/2PO = 2q$	10
$2,5q < A < \infty$	$3/4PO = 3q$	11

Табела 2.1: Дигитално кодирање квантованог сигнала при A/D претварању

2.4 Модел дискретног дигиталног система аутоматског управљања

Имајући у виду из чега се састоји процес A/D претварања, на слици 2.18 је приказан структурни дијаграм A/D претварача.



Слика 2.18: Структурни дијаграм A/D претварача

С друге стране, процес дигитално аналогног претварања се састоји из декодирања дигиталног сигнала и од продужавања тако добијеног сигнала. Имајући ово у виду на слици 2.19 је приказан структурни дијаграм D/A претварача.



Слика 2.19: Структурни дијаграм D/A претварача

абирач је сувишан, али имајући у виду раније изнету чињеницу да се одабирач и продуживач конструктивно изводе као једна компонента он је најчешће укључен у D/A претварач, а да ништа не смета, тј. без њега би претварач нормално функционисао.

У случају високе резолуције A/D претварача, што је у пракси редовно случај, ефекат квантовања се може занемарити. Карактеристика кодера и декодера је константно појачање. Имајући у виду задње две чињенице, структурни дијаграм A/D и D/A претварача се своди само на одабирач и продуживач тј. њихову редну везу. Другим речима модел A/D и D/A претварача је идентичан, а то је редна веза одабирача и продуживача. Постојање само одабирача и продуживача у систему, подразумева дискретизацију само по времену. То значи, да је на тај начин усвојено, да модел дискретно дигиталног система аутоматског управљања, буде временски дискретан систем или краће дискретан систем.

Ово је значајно због тога што је теорија дискретних система, методе анализе и синтезе, одавно позната и добро развијена тако да може да се примени за проучавање дискретних дигиталних система, а да није потребно развијати посебну теорију.

